周連星系円盤の二重バナナ構造は永年摂動の効果で説明できるか？

今枝 佑輔（神戸大）

HD142527

CIAO K-band の観測で
右のようなイメージが撮れた

Fukagawa et al.

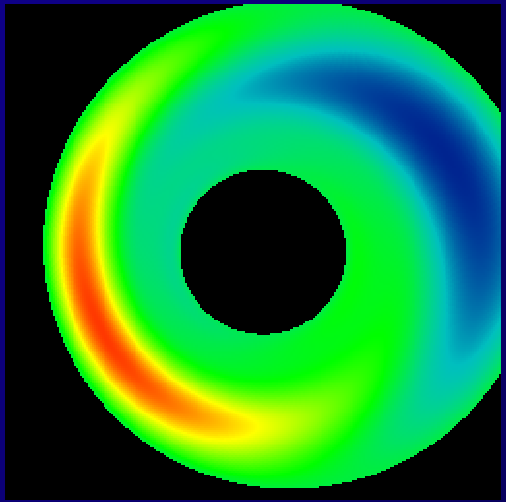
2重バナナ構造

※近赤画像なので色の濃淡が
直接密度の濃淡をあらわ
すわけではない

しかし二重バナナ構造を作り出す
ためのに、何らかの密度構造が
存在していると考えてよいだろう

本発表では、密度構造にも二重バナナ構造があるものと考えて、
この構造を連星と Circumbinary Disk の永年摂動による
相互作用で説明することができるかについて考える。

※1個のバナナ構造は永年摂動の効果として作ることができる。

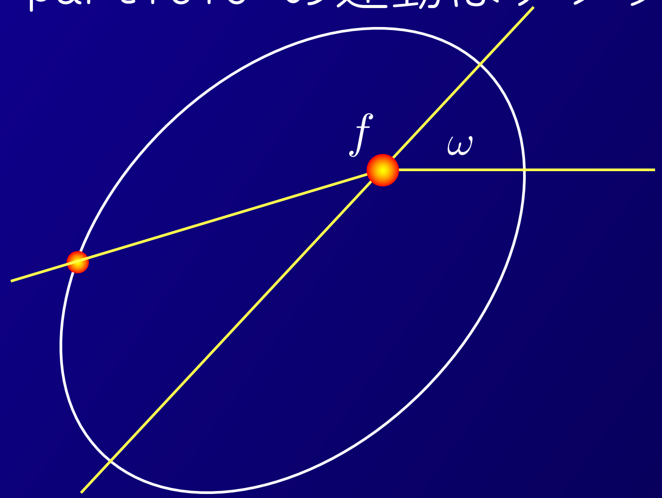


連星や円盤のモデルをいろいろ変えることで
これを2つにすることは可能か？

永年摂動とはどのようなものか？
ガス円盤の進化の方程式はどのようなものになるか？
から説明をはじめる。

永年摂動とは？：無摂動状態を変化させる摂動量のうち、
ダイナミカルなタイムスケールではほとんど変化しない成分

point mass の周り($\Phi \propto 1/r$)の
test particle の運動はケプラー楕円運動



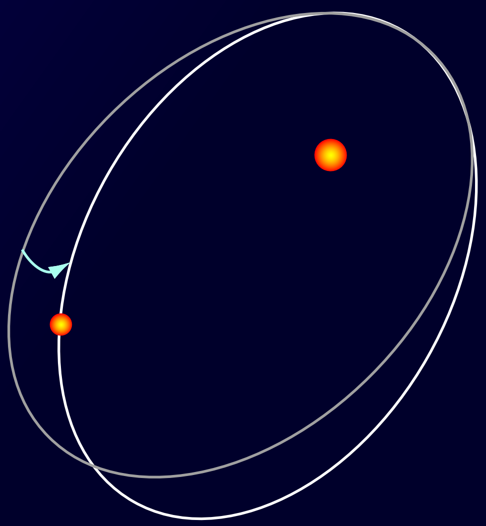
a:軌道長半径
e:軌道離心率
ω:近点方向

は変化しない（保存量）

近点からの角度 f だけが時間の経過
とともにケプラー時間のタイムスケールで
変化する。

重力ポテンシャルが $\Phi \propto 1/r$ からずれた場合、
a,e,ω はもはや時間的に一定ではない。
楕円軌道は時間とともに変化。摂動力 F_r F_φ に対して、

$$
\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2}{a\Omega}\left(F_r \frac{ae}{\sqrt{1-e^2}}\sin\varphi + F_\varphi \frac{a^2\sqrt{1-e^2}}{r}\right), \\
\frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{a\Omega}\left[F_r \sin\varphi + F_\varphi\left(\cos\varphi + \frac{\cos\varphi + e}{1+e\cos\varphi}\right)\right], \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{ae\Omega}\left[-F_r\cos\varphi + F_\varphi \sin\varphi\left(1 + \frac{1}{1+e\cos\varphi}\right)\right].
\end{aligned}
$$



これを楕円軌道１周期分について時間平均取ったものが永年摂動の効果

本発表では、連星周りのガス円盤を無数のリングの集合と考えて、各ガスリングが
摂動力 F_r F_φ を受けて長時間にわたってどのようにゆっくりと進化するかを考える。

摂動力 F_r F_φ を与える要因として、連星の重力と、円盤のガス圧を考える。

例えば、

連星ポテンシャル $= -\dfrac{GM}{r}$ ＋ $\underline{\text{軸対称成分} \quad + \quad \text{非軸対称成分}}$

この部分を重力摂動として取り扱う $\rightarrow$ F_r F_φ

計算の流れ

F_r F_φ

摂動力計算

軌道決定

$a\,,e\,,\omega$

軌道変化量決定（1周期あたり）

$\dfrac{da}{dt}$ $\dfrac{de}{dt}$ $\dfrac{d\omega}{dt}$

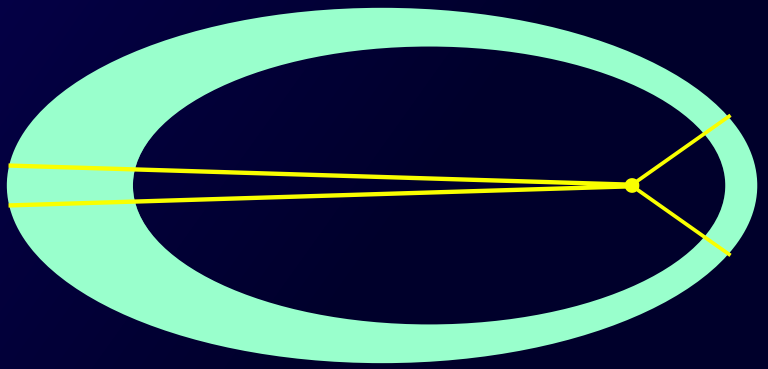
圧力による摂動力

ガス円盤の密度分布は軌道離心率と近点方向の勾配で決まる

$$\Sigma(a,f) \quad = \quad \frac{\Sigma_0(a)}{\sqrt{1-e^2}}\left[1-\frac{2e+\left(1+e^2\right)\cos f}{\left(1-e^2\right)^2}re'-\frac{e\sin f}{1-e^2}r\omega'\right]^{-1}$$

$\Sigma_0(a)$：ガス円盤が円軌道であった場合の面密度分布

※　もし軌道離心率、近点方向に勾配が無かったら
楕円リング上に密度の濃淡は現れない。



円盤の軌道分布→密度分布→圧力を計算→圧力による摂動力

永年摂動による軌道進化の方程式：（2次元）

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 0$$

$$\left\langle \frac{dk}{dt} \right\rangle = -\frac{1}{\mathcal{M}_L^2}\left(\frac{a}{a_B}\right)^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{2}a^2h'' + \frac{3}{2}ah' + \frac{1}{2}\frac{a\Sigma_0'}{\Sigma_0}(\gamma ah' + h)\right)\Omega_B - Ah$$

$$\left\langle \frac{dh}{dt} \right\rangle = \frac{1}{\mathcal{M}_L^2}\left(\frac{a}{a_B}\right)^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{2}a^2k'' + \frac{3}{2}ak' + \frac{1}{2}\frac{a\Sigma_0'}{\Sigma_0}(\gamma ak' + k)\right)\Omega_B + Ak + B$$

$$k \equiv e\cos\omega,$$

$$h \equiv e\sin\omega,$$

$$A \equiv \frac{3}{4}q_1q_2\left(\frac{a}{a_B}\right)^{-\frac{7}{2}}\left(1+\frac{3}{2}e_B^2\right)\Omega_B,$$

軸対称な重力摂動

$$B \equiv \frac{15}{16}q_1q_2(q_1-q_2)\left(\frac{a}{a_B}\right)^{-\frac{9}{2}}\left(1+\frac{3}{4}e_B^2\right)e_B\Omega_B,$$

非軸対称な重力摂動

空間１次の微分項が消えるように変数変換し、
便宜上(k,h)のペアを複素数で表示すると、
軌道離心率の時間進化はポテンシャルU、強制項Vの下での
シュレディンガー方程式の形にかけることがわかる。

$$\frac{1}{i\Omega_B}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + U\psi + V$$

$$\xi = \int \frac{1}{aZ}da$$

$$\psi = (k+ih)\exp(-\int X d\xi)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}\mathcal{M}_L}\left(\frac{a}{a_B}\right)^{-\frac{3}{4}}$$

$$X = -\frac{1}{2}\left[Z\left(3+\gamma\frac{\partial\ln\Sigma_0}{\partial\ln a}\right) - \frac{\partial}{\partial a}(aZ)\right]$$

$$U = -X^2 + aZ\frac{\partial X}{\partial a} + Z^2\frac{\partial\ln\Sigma_0}{\partial\ln a} + \frac{A}{\Omega_B}$$

$$V = \frac{B}{\Omega_B}\exp\left(-\int X d\xi\right)$$

円盤の進化を求める手順

与えられた連星のモデルと円盤モデルから
ポテンシャルU と強制項V を求める

適当な境界条件の下に固有関数の形と固有値を求める

$$\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial \xi^2} + U\psi_n = \lambda_n \psi_n$$

ここでは、円盤モデルとして冪円盤を

境界条件として、境界で軌道離心率と近点方向の勾配が0となる条件を考える

→ 境界で圧力が一定となる条件。境界を通して圧力が仕事をしない
トルクを与えない条件

強制項Vから固有関数の Amplitude を求める

$$\sum_n c_n \lambda_n \psi_n = V$$

初期条件に対応して時間振動部分の Amplitude を求める

$$\psi = \sum_n \left[c_n + d_n \exp\left(i\lambda_n \Omega_B t\right)\right] \psi_n$$ が軌道離心率の時間進化となる

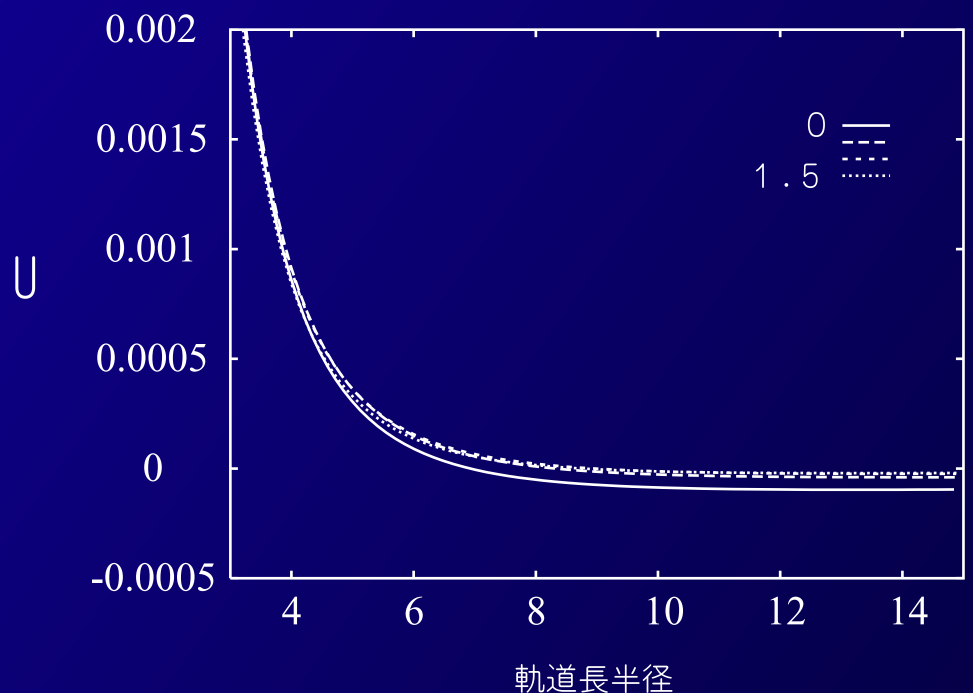
ポテンシャルUの例

連星質量比 4:1

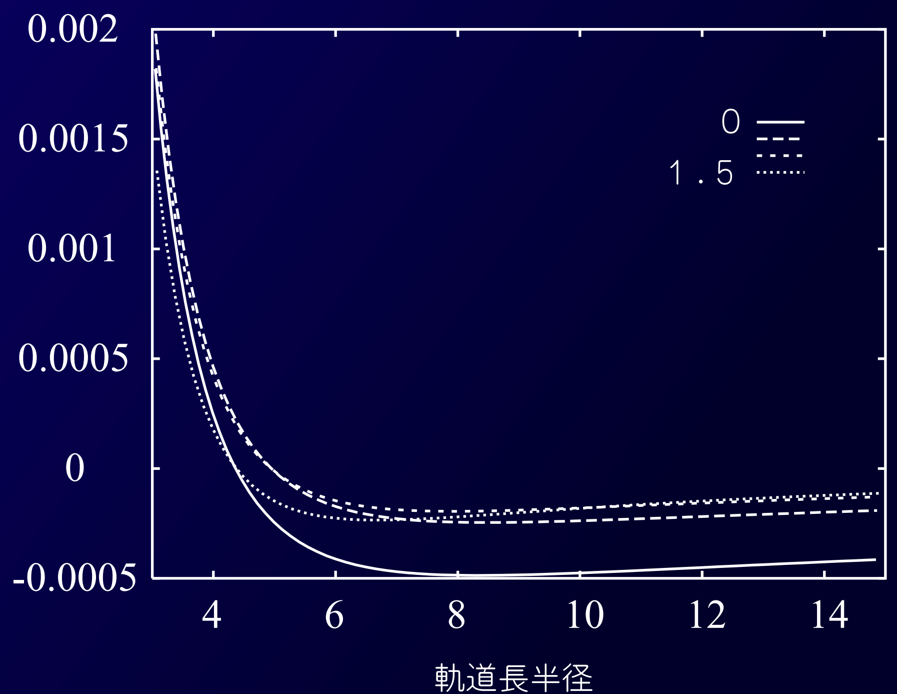
軌道離心率：0.3

冪円盤：γd＝ 0〜1.5

ain = 3
aout = 15



内縁部での音速＝0.05

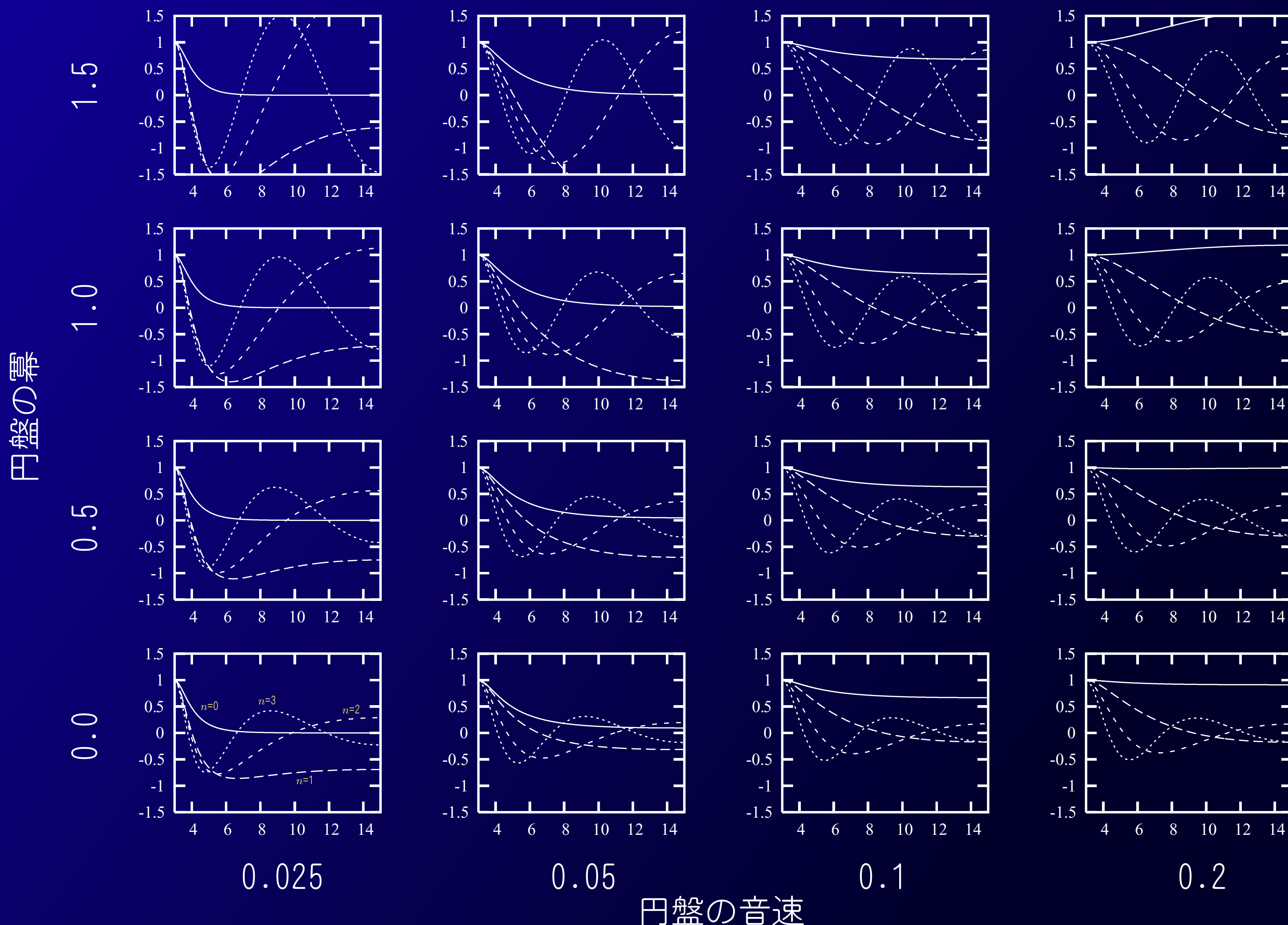


内縁部での音速＝0.1

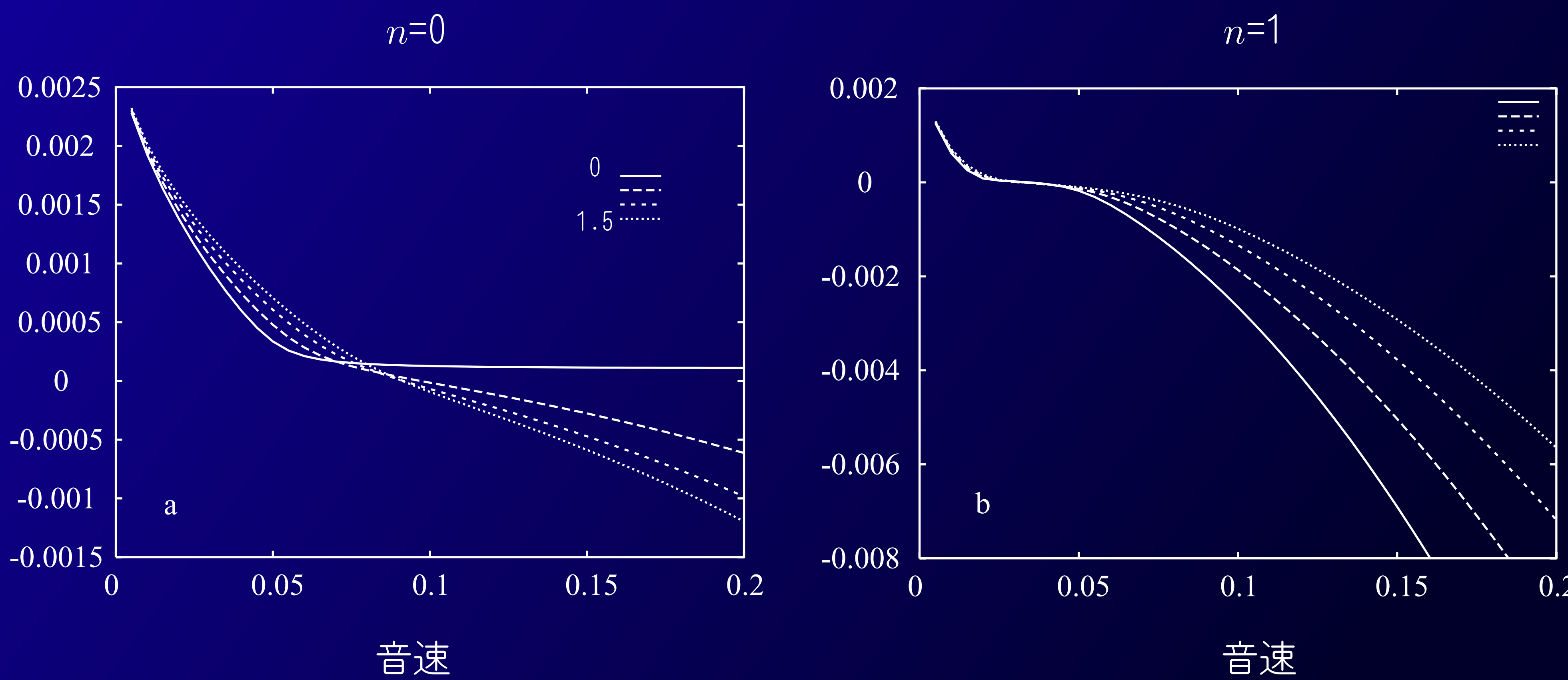
内側では重力による摂動が優勢

外側では圧力による摂動が優勢

固有関数の形　　円盤の内縁と外縁の間にn個の節を持つ波



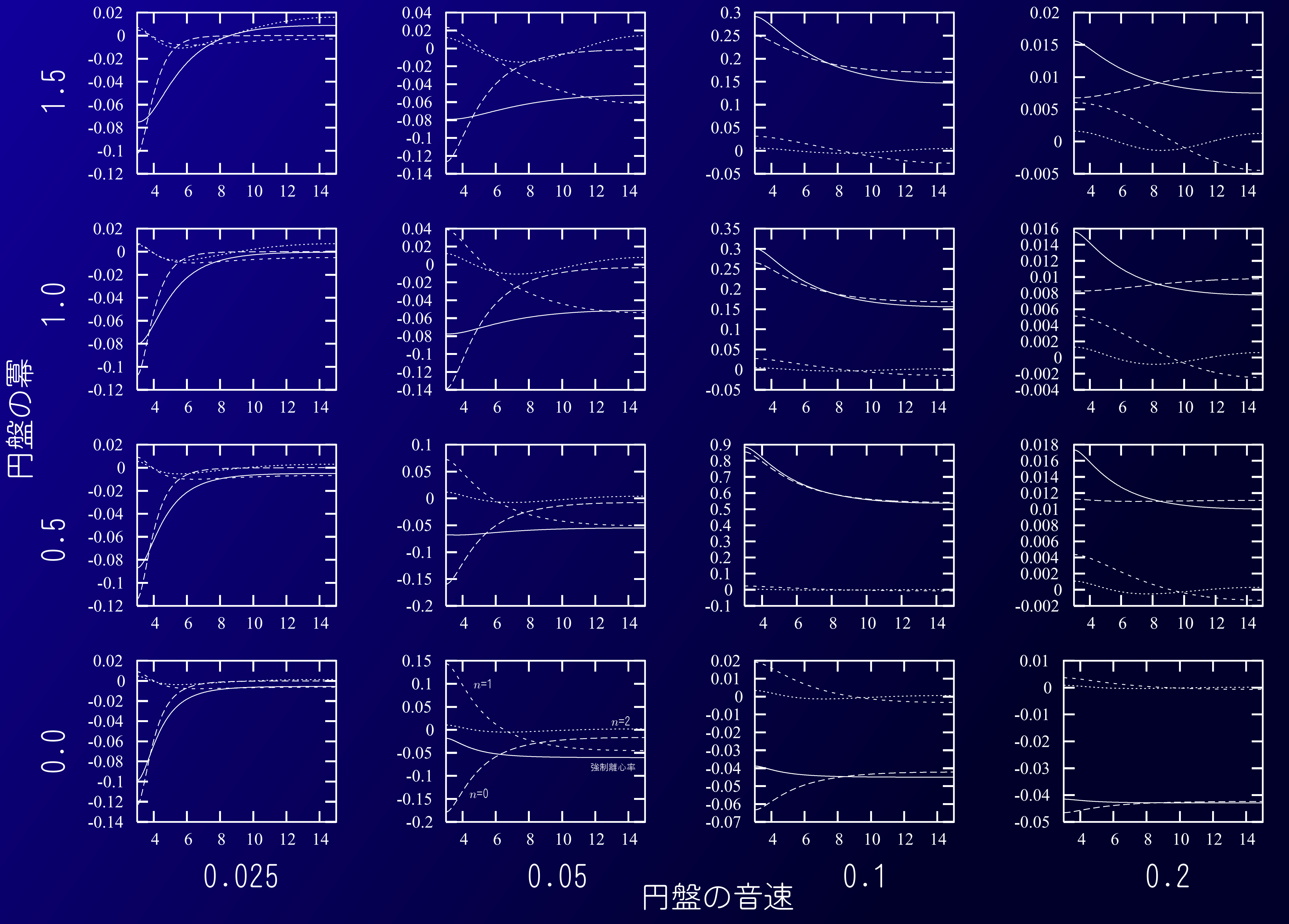
固有値：各モードのパターン速度



音速が小さい〜温度が低い〜圧力の効果が小さい　ほど、重力の効果が勝つ
その結果、パターン速度（固有値）は正になる
逆に圧力が勝つとパターン速度は負になる

ノード数が多いほど圧力の効果が効きやすい

Amplitude：固有関数の形、固有値がわかると、強制項から固有関数のamplitudeを計算できる



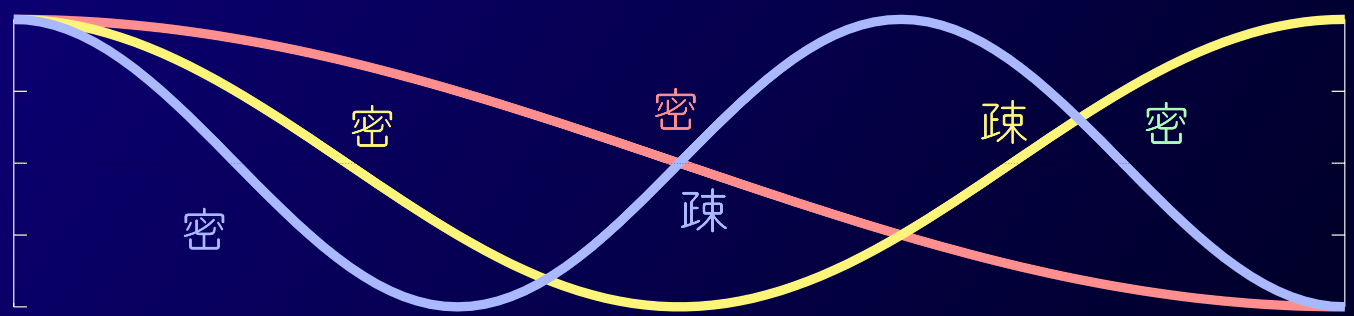
ain=3, aout=15,30,　cs = 0.025～0.2
質量比４：１，軌道離心率0.3　　　　　の範囲ではほとんどの場合が
1本バナナ構造をしめした。

どのようにしたら2本バナナ構造が作れるか？

※　密度構造は軌道離心率の勾配によって作られる！

$$\Sigma(a,f) \quad = \quad \frac{\Sigma_0(a)}{\sqrt{1-e^2}}\left[1-\frac{2e+\left(1+e^2\right)\cos f}{\left(1-e^2\right)^2}re' - \frac{e\sin f}{1-e^2}r\omega'\right]^{-1}$$

※　固有関数の形は基本的に内縁と外縁の間にn個の節を持つ波の形をしている。



２重バナナ構造を作りたかったらn=2のモードを励起してやればよい。
n=2 のモードの固有値を０に一番近ければよい。（０で共鳴し振幅大）

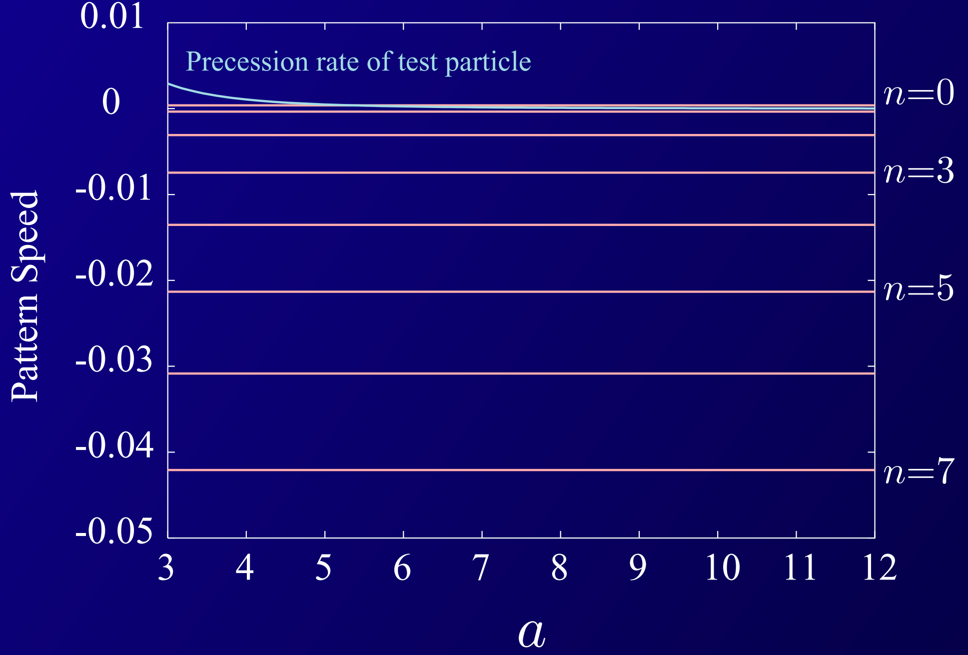
どのような状況を考えたら n=2 の固有値が 0 に近づくか？

基本的にいじれるパラメタは次の３つ

軸対称重力摂動：パターンスピードを正に押しやる効果

非軸対称重力摂動：amplitude を増減させる効果

圧力による摂動：パターンスピードを正に押しやる効果 & 各順位間の間隔の決定



n=2 の固有値を０に近づけるには
軸対称重力摂動を増やし、圧力による摂動を
減らすことが必要

軸対称重力摂動を増やす要因

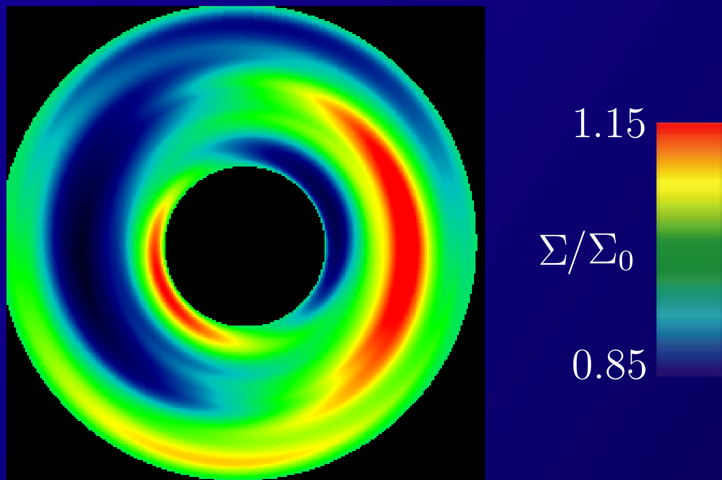
円盤外縁をより内側に
円盤内縁もより内側に
連星の質量費は1:1に近く

圧力による摂動を減らす要因

円盤温度を低く

ただし質量比を 1:1 や 1:0 に近づけすぎると
非軸対称摂動が０になってしまい、全体的な
密度コントラストが減少してしまう

ain = 2.5, aout = 7.5, cs = 0.025,
mass ratio = 0.65:0.35, eb=0.3

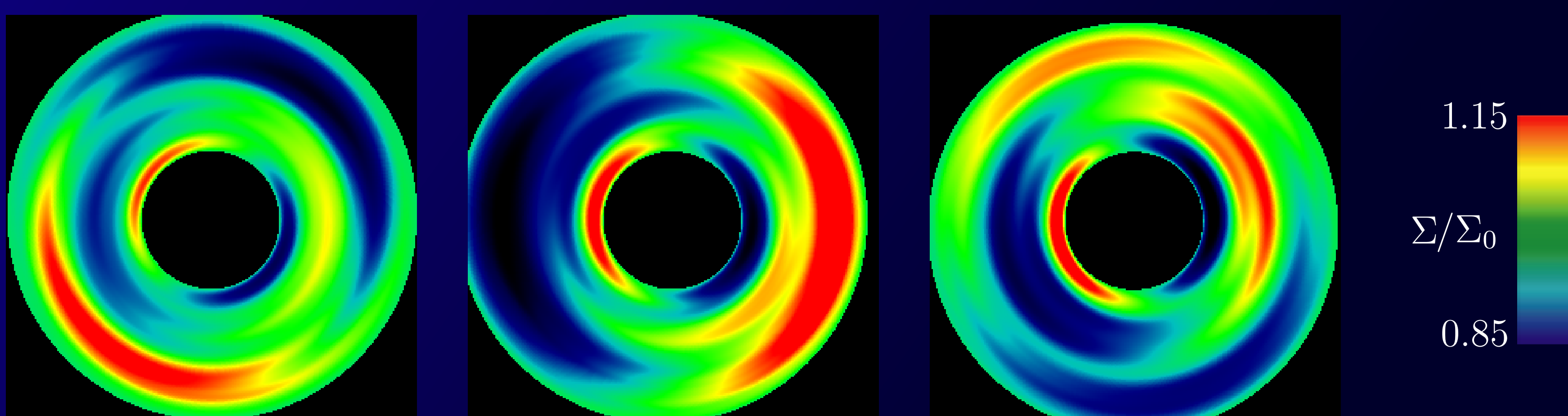


適当な円盤モデル、連星モデルを考えると
密度に二重バナナ構造を作ることができる。

問題点：音速がかなり低くないと二重バナナ構造
が現れない。
ガス円盤の典型的 c_s/v_K = 0.05〜0.1
に対して、二重バナナ構造が作られるのは
c_s/v_K = 0.02〜0.03

二重バナナ構造は n=2 が単独で励起されて作られるというよりは、n=1 のモードで励起された1本と、n=2 で励起された内側の1本とが組み合わさって作られる。そのため、常に向かい合った二重バナナ構造になるわけではない。

ain = 2, aout = 6, cs = 0.03,
mass ratio = 0.65:0.35, eb=0.3



まとめ

適当な円盤モデル、連星モデルを考えることで永年摂動によって
ガス円盤中に二重バナナ構造を作ることができる

二重バナナ構造を作るパラメタ範囲は、連星周りの典型的な
ガス円盤のパラメタに比べて、例えば音速にして
factor 2〜4 程度低い場合に作られやすかった。

２つの波のモードの寄与によって二重バナナ構造が作られるため
常に向かい合ったバナナ構造ができるわけではなかった。